MECATRONICA – Apuntes 2021 – Parte 2

Licenciatura en Artes Electrónicas - UNTREF

Repaso de Física

Estática, Cinemática y Dinámica

Como ya hemos dicho, el propósito de este trabajo es brindar a artistas y creadores aquellos elementos fundamentales para poder dar forma práctica y realizable a sus ideas.
Simultáneamente se pretende dotarles de ciertos elementos básicos del lenguaje técnico para facilitar la comunicación de ideas con equipos técnicos, ingenieros, talleristas y manufactureros de modo que puedan transmitir a éstos sus pedidos y especificaciones en la forma más exacta y confiable posible.

Dado que no todos los destinatarios de este texto tiene formación previa en matemáticas, limitaremos en todo lo posible el uso de ésta a aquellos cálculos fundamentales para la comprensión del concepto que se trate de explicar o para obtener una buena aproximación de las características generales del dispositivo que se pretenda construir.

Los dispositivos mecatrónicos pertenecen en su totalidad al mundo físico y es necesario conocer el conjunto de leyes que gobiernan este mundo para concebirlos eficazmente. Si bien dejaremos para los ingenieros el aumentar su eficiencia, hacerlos económicamente óptimos o mejorar sus condiciones de producción masiva, aunque sea para poder imaginarlos debemos contar con ciertos elementos fundamentales de física y esto es lo que intentaremos brindar a continuación. Previamente repasaremos algunos conceptos útiles y necesarios para su desarrollo.

Magnitudes escalares y vectoriales.

Las magnitudes escalares son aquellas que pueden expresarse completamente mediante el uso de un número y su correspondiente unidad. Ejemplos: La altura de una persona determinada (1,80 m), su edad (24 años), un volumen (2 litros), etc.

Las magnitudes vectoriales, o simplemente vectores, en cambio, requieren de cuatro elementos para ser definidas:

Dirección, **Sentido**, **Módulo** con su unidad y **Origen** o punto de aplicación.

Si trabajamos sin tener en cuenta el origen hablamos de vectores libres.

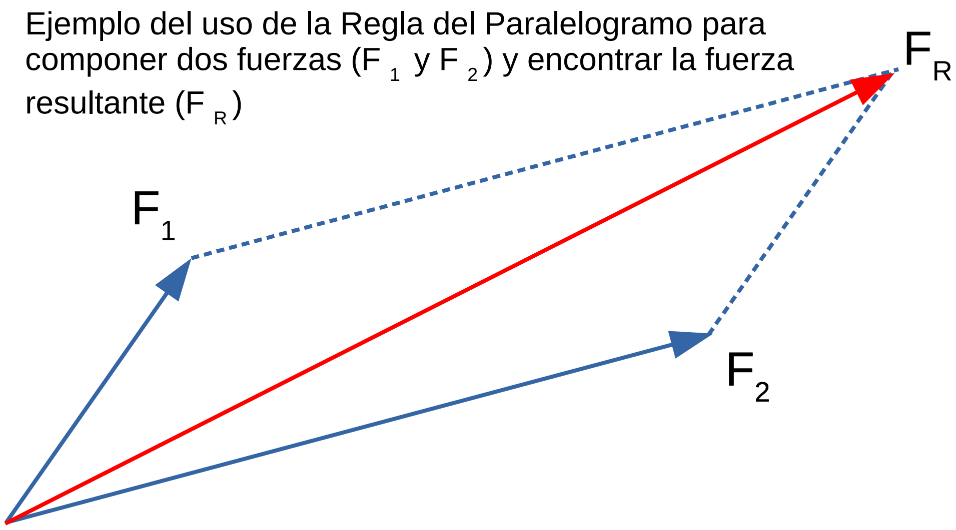
Los vectores se representan como un segmento de recta orientado en el espacio. La dirección está representada por la recta sobre la que actúa el vector, el origen por un punto A sobre esa misma recta, el sentido por la punta de la flecha con extremo en B y el módulo por la distancia AB

Son ejemplos de magnitudes vectoriales las fuerzas, la velocidad, la aceleración, etc.

Es posible realizar operaciones matemáticas con las magnitudes vectoriales (suma, multiplicación, etc.) y nos interesará particularmente **compone**r vectores, esto es, encontrar una única magnitud **resultante** que pueda expresar la acción conjunta y simultánea de varias magnitudes vectoriales.

Uno de los métodos para componer dos magnitudes vectoriales (por ejemplo dos fuerzas) con el mismo origen, es de tipo gráfico, y se conoce como Regla del Paralelogramo.

Consiste en trazar por el extremo de cada uno de los vectores que se quiere componer una recta auxiliar, paralela al otro vector. El punto donde se cortan ambas rectas auxiliares determinará el extremo de la Resultante, que tendrá origen en el mismo punto que los dos vectores originales.

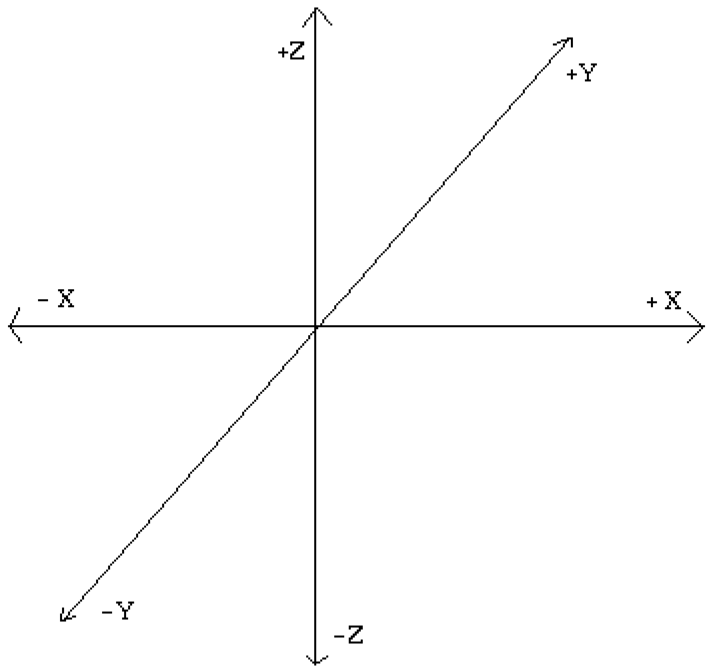


Es importante notar que dos vectores pueden siempre reemplazarse por su resultante, de modo que si se necesitara componer más de dos magnitudes vectoriales con este método, bastará con componer un par cualquiera de ellas, reemplazarlas por su Resultante, componer esta con una tercera, obtener la nueva Resultante y continuar así hasta resolver el sistema completo y obtener una única Resultante definitiva, que podrá reemplazar a todas las magnitudes originales, simplificando las futuras operaciones.

Así como dos vectores pueden siempre reemplazarse por su resultante, es válido también el procedimiento inverso, es decir, dado un vector, siempre es posible ***descomponerlo*** en dos direcciones cualesquiera. De este modo, resulta posible elegir direcciones que nos resulten convenientes para facilitar planteos y cálculos particulares, como se verá más adelante.

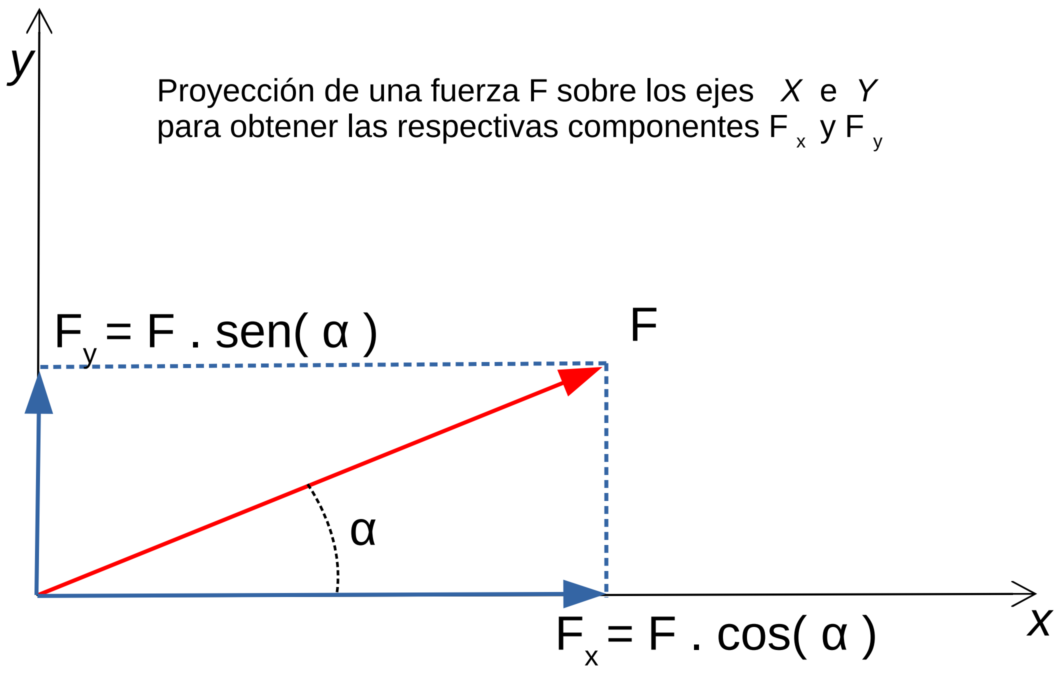
Sistema de Coordenadas Cartesianas Ortogonales

Es un sistema de tres ejes en el espacio (o dos en el plano) perpendiculares entre sí que se cortan en un punto que se denomina origen del sistema de coordenadas. Es posible representar en él cualquier punto del espacio definiendo tres valores (sus coordenadas). Estas coordenadas son los valores que resultan de proyectar sobre cada eje el segmento que va desde el origen al punto que se quiere representar, según se verá a continuación.



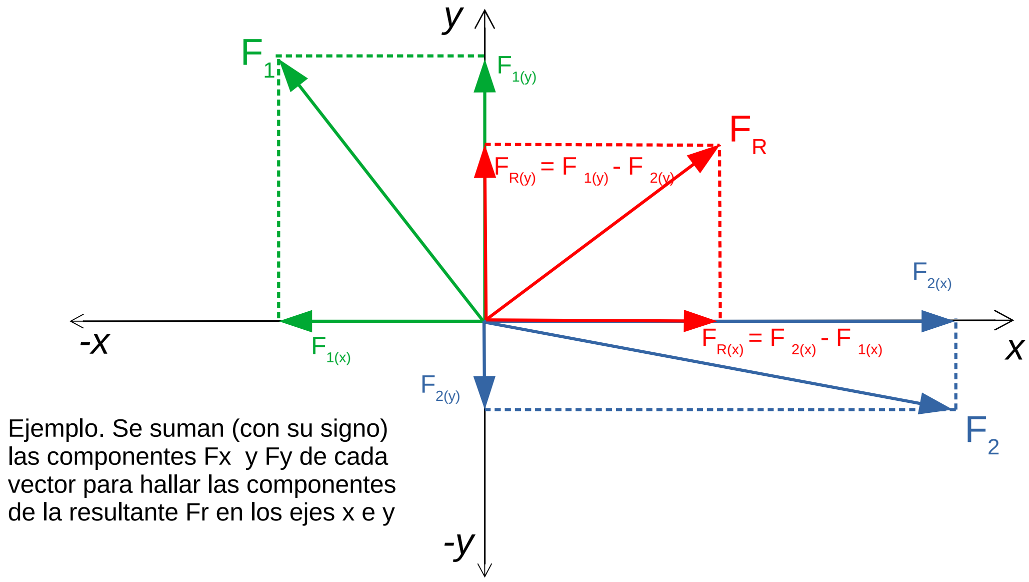
Proyección de vectores sobre los ejes cartesianos

Dado que es posible descomponer cualquier vector en dos o más direcciones dadas cualesquiera, resulta conveniente elegir esas direcciones de modo que seas coincidentes con los ejes cartesianos ortogonales. A esto se le llama ***proyectar*** un vector sobre los ejes.



Para obtener la proyección sobre los ejes, basta con aplicar las relaciones trigonométricas básicas, es decir, multiplicar el módulo del vector por el seno o coseno del ángulo que forma el vector con los respectivos ejes.

Esto posibilita otro método para componer vectores, consistente en sumar algebraicamente las componentes x, y, z de todos los vectores proyectados sobre cada eje para obtener las componente Rx, Ry, Rz del vector resultante.

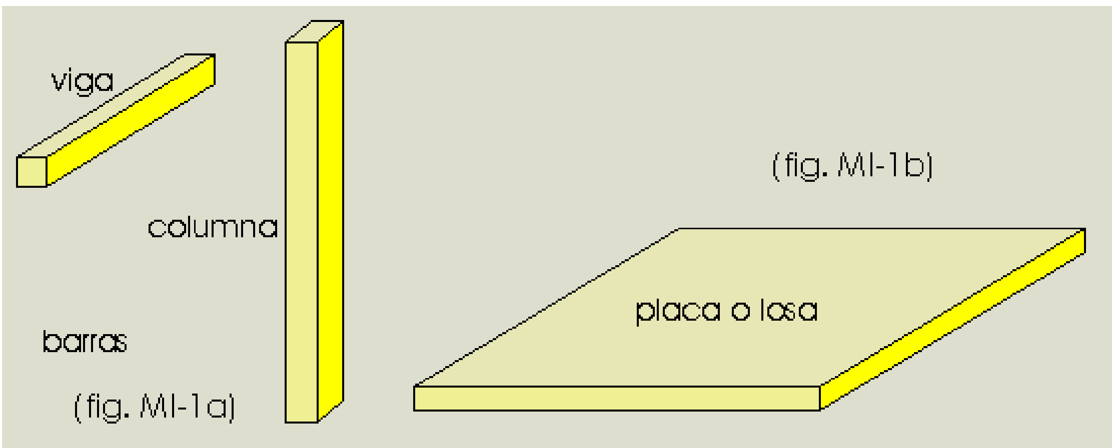


Estática.

Es la parte de la física que plantea y resuelve las condiciones de **equilibrio en reposo** de sistemas de cuerpos en base a las fuerzas y momentos que obran sobre ellos. Los cuerpos que integran los sistemas en estudio no están libres en general, sino **vinculados** entre sí y con la tierra a través de diversos órganos de unión llamados **vínculos.**

En este curso nos centraremos particularmente en el Análisis Estructural, que es la parte de la Mecánica que estudia las **ESTRUCTURAS.** Consiste en la determinación de los esfuerzos y deformaciones a que quedan sometidas los cuerpos, por la acción de agentes externos (cargas gravitatorias, fuerzas sísmicas, de vientos, variaciones térmicas, etc.)

Las estructuras se componen de una o más piezas ligadas entre sí y al medio exterior, de modo de formar un conjunto estable. Esto es un conjunto capaz de recibir cargas externas, resistirlas internamente y transmitirlas a sus apoyos, donde esas fuerzas externas encontrarán su sistema estático equilibrante.



Las piezas que componen una estructura poseen evidentemente tres dimensiones. En general pueden ocurrir dos casos:

a) Dos dimensiones son pequeñas con relación a la tercera: se la conoce como **barra** y según su eje (lugar geométrico del centro de gravedad de su sección transversal) se ubique en posición horizontal o vertical, se designan como vigas o columnas (Fig. 1a).

b) Una dimensión es pequeña con relación a las otras dos. Es el caso de las losas o placas, cuyo espesor es pequeño respecto a su superficie (Fig. 1b)

Cinemática

Introducción

Cinemática es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos, aunque sin interesarse por las causas que originan dicho movimiento. Las magnitudes que define la cinemática son principalmente tres, la posición, la velocidad y la aceleración.

Posición

Es el lugar en que se encuentra el móvil en un cierto instante de tiempo *t* . Suele representarse con el vector de posición $\vec{x}$ Dada la dependencia de este vector con el tiempo, es decir, si nos dan $\vec{x}(t)$ (léase x en función de t, es decir, la posición en función del tiempo) tenemos toda la información necesaria para los cálculos cinemáticos.

Velocidad

Es la variación de la posición con el tiempo. Nos indica si el móvil se mueve, es decir, si varía su posición a medida que varía el tiempo. La velocidad en física se corresponde al concepto intuitivo y cotidiano de velocidad.

Aceleración

Indica cuánto varía la velocidad al ir pasando el tiempo. El concepto de aceleración no es tan claro como el de velocidad, ya que la intervención de un criterio de signos puede hacer que interpretemos erróneamente cuándo un cuerpo se acelera (usualmente **a > 0**) o cuando se "decelera" (usualmente **a < 0**).

Por ejemplo, cuando lanzamos una piedra al aire verticalmente hacia arriba y ésta cae es fácil ver que, según sube la piedra, su aceleración es negativa, pero no es tan sencillo constatar que cuando cae *su aceleración sigue siendo negativa* porque realmente su velocidad está disminuyendo, ya que hemos de considerar también el signo de esta velocidad.

Velocidad media e instantánea

Se define velocidad media como el cociente entre el incremento de la posición en un determinado intervalo de tiempo, y el tiempo transcurrido para ese cambio de posición.

$$\overrightarrow{V_m}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

Los incrementos se toman entre los instantes inicial y final que sean necesarios.

No obstante, aunque la velocidad media es una magnitud útil, hay que destacar que en su cálculo se deja mucha información sin precisar. Así, aunque sepamos que la velocidad media de un móvil desde un instante 1 a otro 2 ha sido de “tantos” metros por segundo, no sabremos si los ha hecho de forma constante, o si ha ido muy lento al principio y rápido al final, etc. Por eso se define una magnitud que exprese la velocidad instantánea, es decir, la velocidad en cierto y determinado instante y que pueda calcularse como una velocidad media donde los intervalos sean tan pequeños que pueda decirse exactamente a qué velocidad se desplazaba el móvil en cada instante. En matemática, cuando se define un incremento (usualmente representado por la letra griega delta: Δ) que se desea que sea lo más pequeño posible, se dice que “tiende a” y se anota con una flecha. Por ejemplo, si el incremento de tiempo tiende a cero, se expresa como: $\Delta t \rightarrow 0$

Para calcular la velocidad instantánea, es necesario achicar este Δt (léase *delta t)* tanto como sea posible, es decir, llevarlo a lo que se conoce como ***límite***.

Queda así definida la velocidad instantánea:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

que se lee como “el limite del cociente entre el incremento de la posición y el incremento del tiempo, cuando el incremento del tiempo (Δt) tiende a cero”.

Como esto coincide con la definición de “derivada” respecto al tiempo, se define finalmente la velocidad para un instante dado como

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} \vec{r}$$

es decir que “la velocidad de un móvil es la derivada de su posición con respecto al tiempo”.

Como existen reglas y métodos matemáticos muy simples y conocidos para obtener la derivada de las funciones más habituales, resulta muy sencillo obtener la velocidad de un móvil en cualquier instante, conociendo la función que determina su trayectoria.

Aceleración media e instantánea

Se define la aceleración media de un móvil como el incremento de la velocidad en un determinado intervalo de tiempo:

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Con un razonamiento análogo al de la velocidad instantánea visto antes, haciendo tender a cero el intervalo de tiempo entre mediciones (Δt), llegaremos a definir la **aceleración** en cualquier instante de tiempo como “el limite del incremento de velocidad cuando Δt tiende a cero”.

Entonces, la **aceleración** será **la derivada de la velocidad con respecto al tiempo** o, lo que es lo mismo, **la aceleración será la “derivada segunda” de la trayectoria con respecto al tiempo**. Si bien estas últimas consideraciones pertenecen al Análisis Matemático y escapan al alcance de este curso, es importante tomar nota que a partir de una sucesión de mediciones de aceleración fácilmente obtenibles en la práctica por medio de un acelerómetro como el que tiene cualquier teléfono celular, es posible calcular mediante integración (la “antiderivada” o proceso matemático inverso a la derivada) tanto la velocidad de un móvil, como su trayectoria a lo largo del tiempo, lo que resulta de especial interés para la robótica y el control de dispositivos autónomos.

Aplicación práctica

En los términos en que se maneja este curso, es suficiente que calculemos los desplazamientos, velocidades y aceleración en intervalos de tiempo medio, medibles con cronómetros y sin consideraciones propias del Análisis Matemático. Para los fines del curso bastará entonces con la ecuación general que nos define la posición de un móvil de trayectoria lineal, con respecto al tiempo transcurrido, considerando su posición inicial, su velocidad inicial y la aceleración media que se le imprima:

$$x_{(t)}=x_0+v_0(t-t_0)+\frac{1}{2}a(t-t_0)^2$$

Donde:

- $x_{(t)}$ es la posición para un determinado instante t
- x_0 es la posición inicial del móvil
- v_0 es la velocidad inicial del móvil
- t_0 es el tiempo inicial del movimiento
- a es la aceleración media del móvil

En muchas ocasiones, conviene establecer las condiciones iniciales del experimento en 0, para facilitar el cálculo. Si consideramos como posición 0 el inicio del movimiento (x_0=0), se arranca desde la posición de detenido (v_0=0) y el tiempo se mide también desde el inicio (t_0=0) la expresión queda reducida a:

$$x=\frac{1}{2}at^2 \qquad (1)$$

<u>Ejemplo de cálculo cinemático para un proyecto artístico</u>

En primer lugar tenemos que tomar decisiones funcionales y estéticas, en relación a la sensación que pretendemos que nuestro móvil provoque en el espectador. A mayor velocidad, comportamiento emergente más “nervioso”, similar al de los animales más pequeños. Esto, en conjunto especialmente con la aceleración (el tiempo que tarda en lograr la velocidad máxima, o la distancia que recorre para ello) determinarán un aspecto más o menos agresivo. Es recomendable experimentar cronometrando traslados propios, movimientos de juguetes mecánicos, animales domésticos, etc. en un ámbito similar al que ocupará el proyecto, para determinarlo con mayor certeza.

Si planteamos, por ejemplo, un pequeño robot que deba cruzar una sala de 8 metros en 10 segundos, tendremos que la velocidad deseada será de :

$$v=\frac{8\,m}{10\,seg}=0{,}8\,m/seg$$

En cuanto a la aceleración, podríamos determinarla estableciendo en qué tiempo deseamos que el robot alcance esta velocidad, partiendo desde parada total. Por ejemplo, si la establecemos en 1,9 segundos (un arranque suave), tendremos que:

$$a=\frac{0{,}8\,m/seg-0\,m/seg}{1{,}9\,seg}=0{,}42\,m/seg^2$$

Reemplazando en (1)

$$x=\frac{1}{2}.\,0{,}42\,m/seg^2.(1{,}9\,seg)^2 \quad \rightarrow \quad x=0{,}76\,m$$

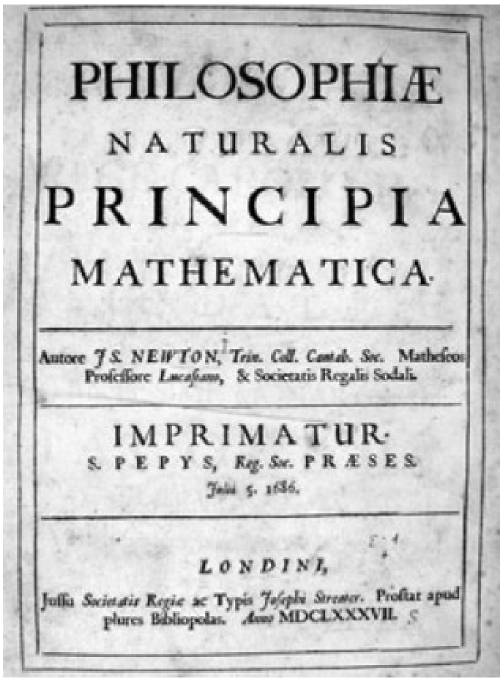
lo que nos indica la distancia que recorrerá el móvil hasta alcanzar la velocidad deseada. Para establecer qué actuadores o motores utilizaremos para alcanzar esta velocidad y aceleración, debemos refrescar primero nuestros conocimientos de dinámica.

Dinámica

Introducción
Así como la cinemática se encarga de la descripción del movimiento de los cuerpos, aunque sin entrar en detalles sobre la causa que los hace mover, la dinámica estudia precisamente *por qué se mueven* los cuerpos, es decir, cuáles son las causas que crean la variación de su estado de movimiento.

Leyes de Newton

Las leyes del Movimiento de Isaac Newton describen los movimientos de los cuerpos y las causas que lo provocan. Son las bases más elementales sobre las que se construye toda la mecánica clásica, denominada también por ello Mecánica Newtoniana. Fueron publicadas por el famoso matemático en 1687 en un trabajo de tres volúmenes titulado *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* y son las herramientas fundamentales para la construcción de la Ley de gravitación Universal.



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore JS. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

Primera Ley de Newton. Ley (o Principio) de Inercia

La ley de la inercia se podría enunciar como

Todo cuerpo permanece en su estado actual de movimiento con velocidad uniforme o de reposo, a menos que sobre él actúe una fuerza externa neta o no equilibrada.

Donde la fuerza neta de la que hablamos antes sería la suma vectorial de todas las fuerzas que puedan actuar separadamente sobre el cuerpo.

Ésta es la razón por la cual es tan peligroso para los astronautas en el espacio separarse de la nave sin un cordón que los una a ella, ya que si chocan con algo y salen impulsados, como no actúa ninguna fuerza sobre ellos, seguirán desplazándose uniformemente y separándose de la nave sin posibilidad de volver a ella (a no ser que tengan un pequeño impulsor).

Segunda ley de Newton. Ley fundamental de la dinámica

Esta ley es la más importante en cuanto nos permite establecer una relación numérica entre las magnitudes "fuerza"' y "aceleración'". Se podría enunciar como

La aceleración que toma un cuerpo es proporcional a la fuerza neta externa que se le aplica.

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

De aquí que también se suele denominar a la masa del cuerpo como **la constante de proporcionalidad** entre la fuerza que se aplica a un cuerpo y la aceleración que adquiere a causa de ello. Nótese que se trata también de una medida de la **cantidad de inercia de un cuerpo**, dado que establece la cantidad de fuerza necesaria para cambiar la velocidad de ese cuerpo en un determinado tiempo.

En la ecuación anterior, la fuerza $\vec{F}$ representa la *resultante* de todas las *n* fuerzas externas al cuerpo, es decir, la sumatoria de dichas fuerzas. Obviamente, se debe tener en cuenta que se trata de una **suma vectorial**, es decir, considerando que cada una de las fuerzas es un vector que puede tener distinta dirección y/o sentido

$$\vec{F}=\sum_{j=1}^{n}\vec{F}_j$$

Esta expresión nos relaciona $\vec{F}$, *m* y $\vec{a}$ de una forma unívoca. Básicamente nos dice que el resultado que producen una serie de fuerzas sobre un cuerpo es que dicho cuerpo se acelere en la misma dirección y sentido que la suma de las fuerzas que le son aplicadas y con una intensidad o módulo que será la misma que la resultante de las fuerzas dividida por la masa del cuerpo.

Así pues un cuerpo experimenta una aceleración *mientras* está siendo sometido a una fuerza resultante no nula. Si dicha fuerza cesa el cuerpo adquiriría un movimiento rectilíneo uniforme o se quedaría quieto, según el caso.

Unidades

Como en el Sistema Métrico las masas se miden en Kg (léase "Kg masa") y la aceleración se mide en m/seg², resulta que una fuerza F, resultado de multiplicar masa por aceleración, quedará expresada en "Kilogramo-masa por metro sobre segundo cuadrado". Se define entonces a esta unidad, como "Newton" (N) y es la que utilizaremos para medir fuerzas:

$$F=m.a=\left(Kg.\frac{m}{seg^2}\right)=N\left(Newton\right)$$

En la vida cotidiana, acostumbramos indicar las fuerzas en "kilogramos" a secas, ignorando que se trata de kilogramos-fuerza (Kgf). La razón de la confusión es que, dado que 1 Kgf está definido como "la fuerza con que la gravedad terrestre atrae a una masa de 1 Kg-masa", en nuestro planeta 1 Kg-masa **pesa** 1 Kg-fuerza y entonces parecería que fueran lo mismo.

Como F = m.a y un cuerpo cae hacia la tierra con aceleración *g*=9,81 m/seg² se puede calcular la fuerza Peso ejercida sobre ese cuerpo por la tierra como:

$$P = 1Kgf = m.g = 1Kg.9{,}81\frac{m}{seg^2} = 9{,}81\,N$$

de donde surge que $\boxed{\text{1 Kgf = 9,81 N}}$ valor que en la práctica redondearemos como 10.

Tercera ley de Newton

La tercera ley de Newton expresa una interesante propiedad de las fuerzas: éstas siempre se van a presentar en parejas. Se puede enunciar como

Si un cuerpo A ejerce, por la causa que sea, una fuerza F sobre otro B, este otro cuerpo B ejercerá sobre A una fuerza igual en módulo y dirección, pero de sentido contrario.

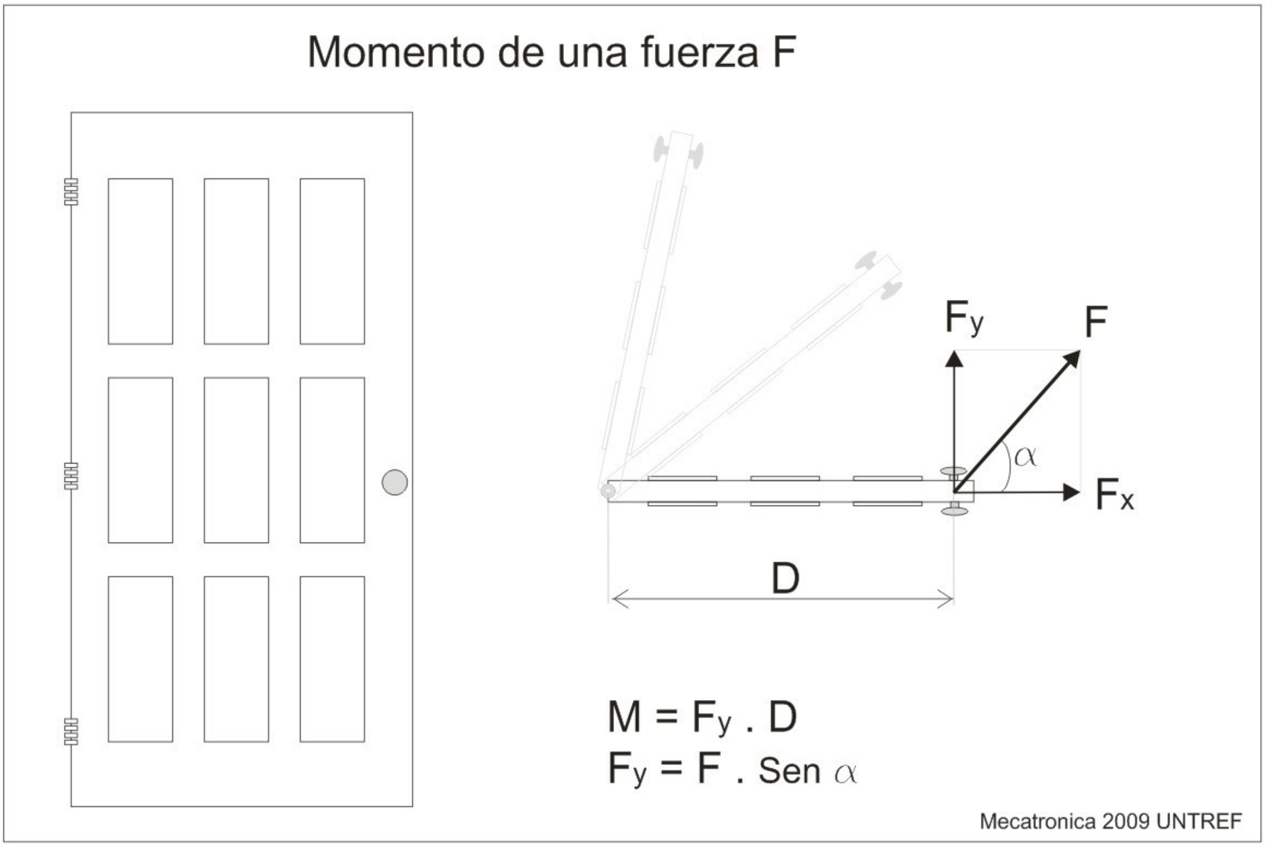
Gracias a esta ley se pueden entender fenómenos como que, para saltar hacia arriba ¡empujamos la Tierra con todas nuestras fuerzas hacia abajo! Al hacer esto la Tierra también ejerce esta misma fuerza con nosotros, pero con sentido contrario (es decir, hacia arriba) y como la masa de la Tierra es enorme en comparación con la nuestra, el resultado es que nosotros salimos despedidos hacia arriba pero la Tierra no se mueve apreciablemente. Así también si empujamos una superficie puntiaguda con mucha fuerza, podemos clavárnosla, porque dicha superficie también estará empujando nuestro dedo con la misma fuerza que nosotros a ella, y como la superficie de la aguja es muchísimo menor la presión que esta hace sobre nuestro dedo es muy grande.

Entonces, si a toda fuerza que se ejerce se opone otra de sentido contrario ¿no deberían anularse las fuerzas y nada se podría mover? No, porque las fuerzas se ejercen *en cuerpos diferentes*. Así en el ejemplo del salto, nosotros empujamos a la Tierra y la Tierra a nosotros, pero estas fuerzas no se anulan porque, como es evidente, nosotros y la Tierra somos cuerpos distintos.

Momento de una fuerza

En un cuerpo sometido a un movimiento giratorio, llamamos **Momento** de la fuerza que produce el giro, al **producto** de dicha **Fuerza por** la **Distancia** al eje de giro, medida perpendicularmente a la fuerza.

Consideremos el caso más típico, ilustrado en la figura siguiente, de una fuerza aplicada sobre una puerta común.



Si la fuerza F fuera aplicada con un cierto ángulo α (alfa), podemos descomponerla en dos componentes ortogonales, de manera que una de ellas (*Fx*) es anulada por las bisagras, quedando sólo la otra componente (*Fy*) actuando perpendicularmente a la puerta y provocando su giro.

El Momento M será entonces:

$$M = Fy \cdot D \qquad \text{donde} \qquad Fy = F \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

Como es evidente, a medida que el ángulo α se acerca a 90º, *Fy* se acerca a la fuerza máxima F, puesto que sen α se acerca a 1. Por el contrario, cuando el ángulo α disminuye, sen α también, de modo que el Momento va disminuyendo. Finalmente, si la fuerza se aplicara a la puerta sobre el canto de lahoja, es decir paralela a la misma, α mediría 0º, y como sen 0º = 0 entonces el momento sería nulo.

En resumen, cuando se aplica una fuerza a una puerta pesada para abrirla, la fuerza se ejerce perpendicularmente a la puerta y a la máxima distancia de las bisagras. Así se logra un momento máximo. Si se empujara la puerta con la misma fuerza en un punto situado a medio camino entre el picaporte y las bisagras, la magnitud del momento sería la mitad. Si la fuerza se aplicara de forma paralela a la puerta (es decir, de canto), el momento sería nulo.

Otras denominaciones habituales para los Momentos son: "Cupla", "Par motor", "Par de torsión" y muy especialmente "**Torque**", que es la denominación más común cuando se habla de motores o actuadores mecánicos y la que utilizaremos con mayor preferencia en nuestro curso.

Unidades

Como las fuerzas se miden en Kgf (Kg fuerza) o N (Newtons) y las distancias en metros (m), las unidades para dimensionar los Momentos (o Torques, como se dijo) serán entonces los **Kilográmetros** (Kgm, que equivale a Kgf.m, es decir Kilogramo fuerza por metro) o los **Newton metro** (Nm).

Como 1 Kgf = 9,8 N (se suele aproximar a 10), entonces:

$$1 \text{ Kgm} = 9{,}8 \text{ Nm} \cong 10 \text{ Nm}$$

En las potencias menores, especialmente en las hojas de datos de motoreductores pequeños y servos de aeromodelismo, es habitual que los torques se expresen en una unidad fraccionaria, que son los Kgf.cm (Kilogramofuerza por cm). Como 1 m = 100 cm, tendremos que:

$$1 \text{ Kgm} = 10 \text{ Nm} = 100 \text{ Kgf.cm}$$

Es de destacar también que muchas veces los vendedores no especialistas abrevian el dato diciendo que un servo tiene, por ejemplo, "10 Kg de fuerza" o simplemente "10 kilos". Obviamente esto es incorrecto, ya que no hay manera de determinar una "fuerza" de torsión sin especificar a qué distancia del centro se mide, es decir, que se trata siempre de un torque y se debe expresar en una unidad de fuerza por una de distancia. En el caso de los citados servos de aeromodelismo, se asume que es habitual que se trate de Kg-cm, pero eso sólo es válido en estos dispositivos, cuyo rango suele ir de los 0,5 a 15 Kg.cm y el uso y costumbre local es hablar de "kilos". Para cualquier otro dispositivo, es necesario que las unidades estén correctamente expresadas y es lo habitual en toda hoja de datos técnicos.

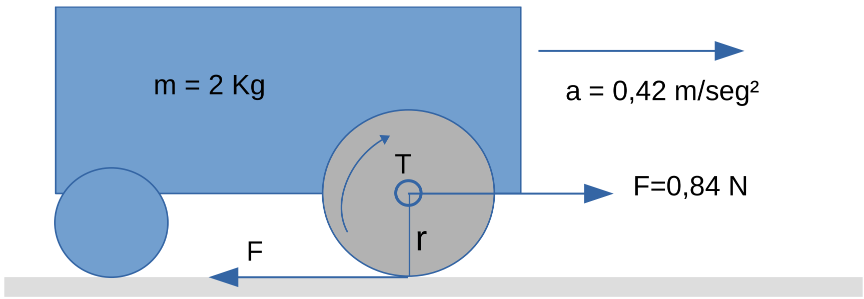
Ejemplo de cálculo dinámico para un proyecto artístico

Continuando con el ejemplo cinemático visto páginas atrás, habíamos especificado una velocidad de 0,8 m/seg y calculado una aceleración de 0,42 m/seg². ¿Qué motor necesitaríamos para impulsar las ruedas que lo moverían? Sabemos ahora, por el segundo principio de Newton, que para determinar la fuerza F necesaria para lograr esa aceleración, deberemos aplicar una fuerza de empuje en el móvil que dependerá de la masa m del vehículo.

Esa masa surgirá de nuestro proyecto, al menos en forma aproximada, en un principio. No es lo mismo si el móvil traslada una maceta llena de tierra, que pesa 10 Kgf, y una enorme batería de plomo-ácido, que si sólo traslada su propio peso y una pequeña bateria LiPo. Supongamos que, este caso, estimamos la masa de nuestro vehículo en 2 Kg.

La fuerza de empuje necesaria será entonces:

$$F = m.a = 2\ Kg\ .\ 0{,}42\ m/seg^2 \rightarrow F = 0{,}84\ N$$



Debe tenerse en cuenta que la fuerza de empuje no será otra cosa que la reacción del piso cuando la rueda empuje contra él, y que, por el tercer principio de Newton, tendrá igual magnitud que ésta, aunque en sentido contrario. Debemos, por lo tanto, determinar qué Torque T sería necesario ejercer en el eje de la rueda, para obtener esa fuerza. Como el punto de apoyo de la fuerza será el piso, la distancia de éste al centro de giro será precisamente el radio de la rueda.

¿Y cómo se determina el radio de la rueda? En principio, tendrá que ver con las necesidades de nuestro proyecto. Especialmente con el tamaño del móvil (para que sea proporcionado), el tipo de piso en que se espera circulará (si es desparejo se necesitará una rueda de mayor tamaño), los desniveles que deba salvar, etc. Supongamos que para nuestro hipotético proyecto nos conviene una rueda de 6 cm de radio (r); el torque necesario será:

$$T = F.\ r \rightarrow 0{,}84\ N\ .\ 0{,}06\ m \rightarrow\ T =\ 0{,}05\ Nm \quad ó \quad 0{,}5\ Kgf\ .cm$$

Como ya determinamos el radio de las ruedas tractoras, podemos determinar también la cantidad de revoluciones por minuto (rpm) que debe dar la rueda para lograr la velocidad deseada. Si suponemos que la rueda no patina, por cada vuelta que la rueda gire, el móvil avanzará una distancia igual al perímetro de la misma, es decir:

$$p = 2\pi.r\ = 2\ .\ 3{,}14\ .\ 0{,}06\ m \rightarrow p = 0{,}37\ m$$

Como la velocidad deseada era de 0,8 m/seg, se necesitará que la rueda de más dos vueltas por segundo para lograrla. Exactamente sería 0,8 / 0,37 = 2,162 vueltas por segundo. Para poder expresarlo en revoluciones por minuto, que es la forma habitual, multiplicamos ese número por 60, que es la cantidad de segundos en 1 minuto:

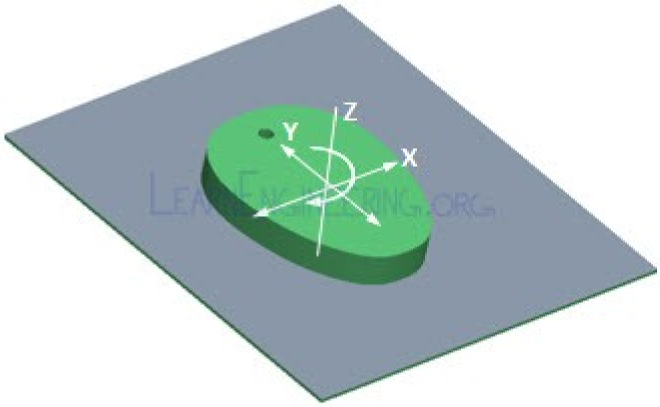
$$n(rpm) = \frac{v}{p}.60 = \frac{0{,}8\,m/seg}{0{,}37\,m}.60 \rightarrow n = 130\,rpm$$

Con los datos de torque y rpm necesarios podremos elegir el motor, en próximas clases.

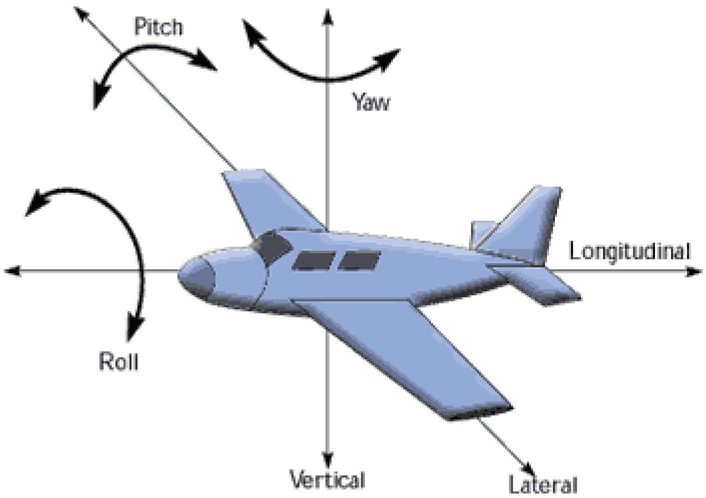
Grados de libertad

Son los parámetros independientes necesarios para definir unívocamente la posición del sólido en el espacio.

Un cuerpo rígido (una placa indeformable) en el plano presenta tres grados de libertad. Para caracterizarlo los alcanzan las dos coordenadas (Y,Y) de un punto cualquiera (usualmente el centro) y el ángulo que forma una determinada recta del cuerpo con alguno de los ejes del plano, es decir, el ángulo de rotación del cuerpo alrededor del punto dado.



En el espacio, un cuerpo rígido tiene seis grados de libertad: tres coordenadas que definen la posición de uno de sus puntos, dos ángulos que definen la orientación de un eje de referencia en el espacio y un tercer ángulo para definir la posible rotación alrededor de ese eje.



Es decir, el cuerpo tendrá la posibilidad de desplazarse según los tres ejes X, Y, Z, a la vez que rotar alrededor de cada uno de ellos. En un avión o barco estas rotaciones se conocen como Pitch o Cabeceo (alrededor del eje transversal), Roll o Alabeo (alrededor del eje longitudinal) y Yaw o Giro (alrededor del eje vertical)

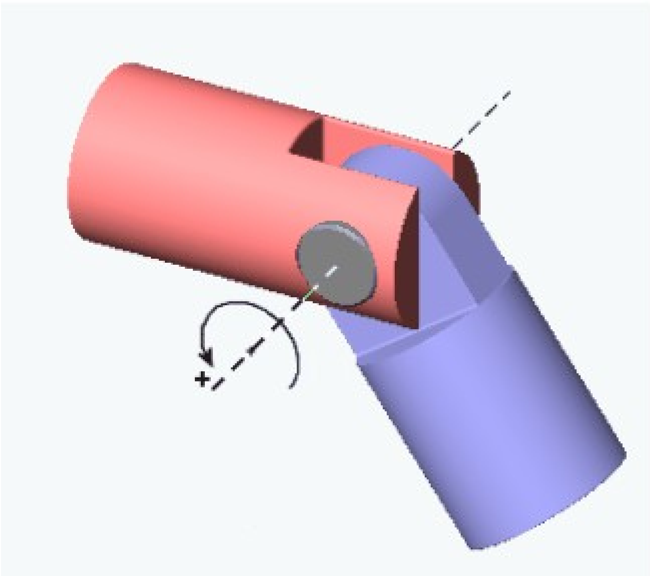
Al aplicar un vínculo, por ejemplo una articulación en un punto del cuerpo, fijamos su posición y restamos –en ese caso- dos grados de libertad al sistema en el plano o tres en el espacio.

Vínculos

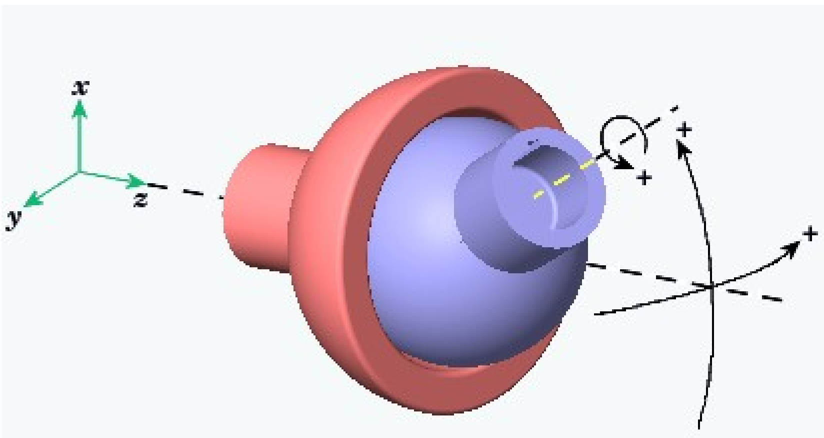
Un vínculo es un órgano de unión entre cuerpos de un sistema, que impone una limitación característica a la posibilidad de movimiento relativo entre los cuerpos a los que se aplica.

Al restringir los movimientos de los puntos del cuerpo donde están aplicados, los vínculos limitan los "grados de libertad" del sistema y reciben diferentes nombres según la cantidad de restricciones que provocan. Por ejemplo:

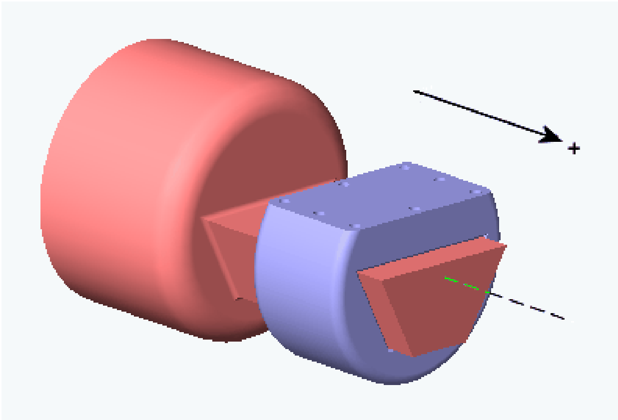
Articulación: Dos planchuelas con un agujero pasante y un perno. Los cuerpos vinculados con articulaciones pueden girar uno con respecto al otro pero no pueden alterar la posición relativa del eje de giro. En el cuerpo humano, los codos, las rodillas y los tobillos son articulaciones.



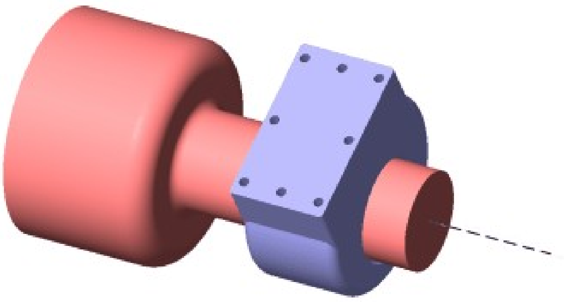
Rótula. Cuando la articulación permite giros fuera del plano, es decir en tres dimensiones, se llama rótula Por ejemplo, el fémur está articulado a la cadera por una rótula. Una rótula está materializada por una terminación esférica alojada en una cavidad también esférica

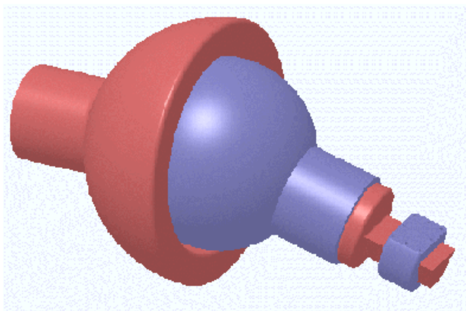


Apoyo móvil o deslizante, que puede ser un patín fijo a un cuerpo, que se desliza por una pista prismática, solidaria a otro cuerpo o a la base. Este tipo de vínculo no permite giro ni desplazamiento fuera de la dirección especificada.



Apoyos articulados: Son combinaciones de los anteriores, por ejemplo el tobillo sobre un pié con un patín.





Empotramiento: cualquier vinculo que impida la rotación y el desplazamiento. Por ejemplo, un poste hundido en la tierra está empotrado en ella. Igualmente ocurre con el Jaguar de la imagen.

Un empotramiento puede considerarse como una fusión dos cuerpos. Frecuentemente en mecánica se dice que los cuerpos están **solidariamente unidos** o simplemente que son **solidarios**.

En resumen:

Los vínculos producen reacciones que equilibran la acciones aplicadas al sistema de fuerzas, de tal manera que la resultante entre acciones exteriores y reacciones de vínculo es nula cuando el sistema está en equilibrio. Las reacciones tienen características impuestas por el tipo de vínculo: por ejemplo, un apoyo móvil sólo puede generar una reacción perpendicular al plano de apoyo, y un empotramiento en cambio puede producir fuerzas en cualquier dirección y además absorber momentos.

Como ya se dijo, al restringir los movimientos de los cuerpos donde están aplicados, los vínculos limitan los "grados de libertad" del sistema.